

Ecole Doctorale Carnot-Pasteur

Proposition de sujet de thèse

Intitulé français du sujet de thèse proposé :

Invariants quadratiques motiviques des variétés algébriques et des fibrés vectoriels

Intitulé en anglais :

Quadratic motivic invariants of algebraic varieties and vector bundles

Unité de recherche :

IMB Institut de Mathématiques de Bourgogne
UMR CNRS 5584

Nom, prénom et courriel du directeur (et co-encadrant) de thèse :

FAENZI, Daniele (directeur)
daniele.faenzi@u-bourgogne.fr

DUBOULOZ, Adrien (co-encadrant)

adrien.dubouloz@u-bourgogne.fr

Domaine scientifique principal de la thèse :

Mathématiques, géométrie algébrique, homotopie motivique

Domaine scientifique secondaire de la thèse :

Algèbre commutative, topologie algébrique, géométrie énumérative

Description du projet scientifique :

Le théorie A1-homotopique des schémas de Morel et Voevodsky fournit un cadre général renouvelant les interactions classiques entre topologie algébrique et géométrie algébrique, offrant un vaste champs d'expérimentation autour de la problématique générale consistant à relever les propriétés et structures de la théorie homotopique topologique classique à la théorie A1-homotopique des schémas algébriques, de façon compatible à la réalisation géométrique pour les variétés algébriques lisses réelles ou complexes. Les notions nouvelles ainsi dégagées prennent alors naturellement un sens plus large, valable en particulier au-dessus de corps de base arbitraires, comme des corps nombres.

Dans le cadre d'un grand programme initié en particulier par Levine, cette théorie offre également depuis quelques années un contexte nouveau permettant de formuler et d'étudier des questions de géométrie algébrique énumérative sur des corps arbitraires non-nécessairement algébriquement clos, dans lesquels les invariants énumératifs numériques classiques de la géométrie algébrique complexe, en général issus de la théorie de l'intersection sur des espaces de modules adaptés aux objets considérés, admettent pour des variétés définies sur des corps plus généraux des enrichissements de nature «quadratique», typiquement à valeurs dans le groupe de Grothendieck-Witt du corps de définition des objets considérés.

Dans ce contexte, l'objectif principal de la thèse consiste à explorer les enrichissements quadratiques de plusieurs invariants classiques en géométrie algébrique complexe associés aux variétés de Fano et à leurs espaces de modules de fibrés vectoriels. Une première étape consistera à généraliser aux surfaces de Del Pezzo lisses de degré quelconque définies sur un corps parfait l'enrichissement quadratique du comptage classique des droites contenues dans ces surfaces obtenus par Kaas-Wickelgren dans le cas des surfaces de Del Pezzo cubiques. Dans un second temps, il s'agira

d'étudier des questions analogues pour les schémas de Hilbert des courbes rationnelles de certaines variétés de Fano lisses de dimension 3, notamment les schémas paramétrant les droites dans ces variétés, et de développer de nouvelles méthodes permettant de calculer ces invariants quadratiques dans quelques exemples revêtant un intérêt particulier, liés en particulier à des problèmes de classification et de rationalité de ces variétés sur des corps non clos.

Connaissances et compétences requises :

Cursus en mathématiques niveau M2, (idéalement niveau agrégation).

Compétences souhaitées en géométrie différentielle, géométrie algébrique élémentaire, idéalement incluant des éléments de la théorie des espaces de modules en géométrie algébrique, de topologie algébrique et/ou d'homotopie motivique.