

Proposition de sujet de thèse

Intitulé français du sujet de thèse proposé :

Théorie de structure et invariants de catégories de fusion

Intitulé en anglais :

Structure theory and invariants of fusino categories

Unité de recherche :

Institut de Mathématiques de Bourgogne, UMR 5584 du CNRS

Nom, prénom et courriel du directeur (et co-encadrant) de thèse :

Peter Schauenburg Peter.Schauenburg@u-bourgogne.fr

Domaine scientifique principal de la thèse :

Théorie des catégories, algèbres de Hopf et groupes quantiques

Domaine scientifique secondaire de la thèse :

mathématique physique

Description du projet scientifique

Une catégorie de fusion est une catégorie tensorielle semisimple, en particulier munie d'une structure de produit tensoriel abstrait. Un exemple très particulier est la catégorie des représentations complexes d'un groupe fini ; la théorie de telles catégories généralise donc, en plusieurs sens, la théorie des groupes finis. Les catégories de fusion paraissent de façon naturelle en divers contextes des mathématiques pures et de la mathématique physique (Invariants de nœuds et variétés, algèbres d'opérateurs, théorie conforme des champs, théorie des groupes quantiques et algèbres de Hopf...).

Un programme de classification de catégories de fusion de petite taille, et plus généralement un effort de comprendre la structure de tels catégories et des techniques pour en construire des exemples est un sujet très actif de recherche poursuivi par nombre de chercheurs. Comme dans tout problème de classification, il y a un grand intérêt pour des invariants numériques des objets en question, et ceci pour deux motivations : des invariants peuvent aider dans la classification en distinguant des objets, et leur étude détaillée aide à comprendre la structure des objets.

Le projet de thèse concerne plus particulièrement les indicateurs de Frobenius-Schur qui donnent une famille d'invariants numériques d'une catégorie de fusion qui s'est montré très utile pour l'étude théorique de la structure de catégories (notamment modulaires) et qui, dans certains cas, peut être calculée explicitement, en laissant pourtant beaucoup de problèmes ouvertes concernant le calcul, l'interprétation conceptuelle, et le comportement des valeurs.

Le but de la thèse est de contribuer à la compréhension théorique et au calcul explicite de ces invariants pour des exemples qui sont construits explicitement à partir de données sur des groupes finis (leurs représentations et cohomologie). Ceci concerne les catégories dites groupe-théoriques, où des techniques de calcul sont déjà disponibles, mais des questions sur le

rôle théorique et le comportement des invariants ainsi que pour leur calcul plus efficace restent ouvertes, mais surtout des catégories de structure plus compliquée (équivariantisations, extensions de catégories par un groupe) où des techniques pour systématiquement calculer des indicateurs restent à développer.

La recherche s'effectuera sur le plan théorique, en développant des « formules » pour le calcul dans des situations spécifiques, ainsi qu'en utilisant des outils de calcul formel. Il s'agit donc de développer la théorie, mais aussi d'implémenter les techniques théoriques de calcul de façon très explicite dans un logiciel qui permet de traiter des exemples qui sont bien au-delà de la portée de calculs « à la main », ce qui inclut rendre les exemples eux-mêmes suffisamment explicites pour être accessible au logiciel.

Connaissances et compétences requises :

Algèbre : Algèbre linéaire approfondie, notions de la théorie des groupes et représentations, des anneaux et modules.