

## **Proposition de sujet de thèse**

**Intitulé français du sujet de thèse proposé :** Etude des processus indexés par des arbres de Galton-Watson sous critique

**Intitulé en anglais :** Study of processes indexed by sub-critical Galton-Watson trees

**Unité de recherche :** Institut de Mathématiques de Bourgogne, UMR 5584

**Nom, prénom et courriel du directeur (et co-encadrant) de thèse :**

Bitseki Penda Siméon Valère, simeon-valere.bitseki-penda@u-bourgogne.fr

Herrmann Samuel, samuel.herrmann@u-bourgogne.fr

**Domaine scientifique principal de la thèse :** Probabilités et statistique (Mathématiques appliquées)

**Domaine scientifique secondaire de la thèse :**

### **Description du projet scientifique**

*Cette thèse, en mathématiques et plus particulièrement en probabilités et statistique, concernera l'étude rigoureuse des processus stochastiques indexés par (une classe) des arbres aléatoires. Nous nous intéresserons plus particulièrement à l'étude des processus indexés par des arbres de Galton-Watson binaire sous-critique.*

L'étude des processus indexés par des arbres a connu un très grand essor ces dernières années, motivée notamment par des problématiques en biologie et en écologie. Une des applications les plus marquantes est celle consistant à comprendre les mécanismes de la division cellulaire chez *Escherichia Coli* (*E. Coli* en abrégé). *E. Coli* est une bactérie en forme de tige qui se reproduit en se divisant en deux. Chaque cellule produit ainsi deux filles après chaque division. Une qui possède l'extrémité la plus récente de la mère, et qu'on appelle fille de type nouveau pôle. Et l'autre qui possède l'extrémité la plus ancienne de la mère, et qu'on appelle fille de type ancien pôle. Ce phénomène soulève plusieurs questions dont certaines ont été intensivement traitées dans la littérature ces 30 dernières années. En effet, depuis les travaux de Cowan et Staudte, comprendre les mécanismes liés à la reproduction de *E. Coli* continue d'intéresser une grande communauté de probabilistes et de statisticiens.

Au cours de cette thèse, nous nous placerons dans le cadre d'une généalogie discrète. Ceci revient à supposer que les individus d'une génération naissent et meurent au même instant. Nous nous mettrons dans la situation où un individu peut mourir sans avoir de descendance. Ce cas a été introduit par Delmas et Marsalle afin de faire une étude plus rigoureuse du vieillissement cellulaire. Le processus ainsi défini est un cas particulier d'une classe de processus appelée chaînes de Markov bifurcantes sur un arbre de Galton-Watson. Cette classe de processus, introduite par Delmas et Marsalle, n'a été considérée que dans le cas des arbres de Galton-Watson sur-critique. Nous projetons que nous parviendrons à étendre les travaux existants dans le cas des processus indexés par des arbres de Galton-Watson sous-critique. Conditionnellement à la non-extinction du processus de Galton-Watson, nous espérons voir donner des versions des théorèmes limites obtenus dans le cas des arbres réguliers et des

arbres de Galton-Watson sur-critique. Ces résultats probabilistes, nous l'espérons, seront le point de départ d'une formidable aventure pour des travaux de statistique. Il sera donc question de retrouver des paramètres inconnus à partir de l'observation d'un échantillon dans les modèles standards. On pourra s'appuyer (dans un premier temps) sur des travaux qui ont été faits dernièrement dans le cas des arbres réguliers.

Ce sujet de thèse est bien évidemment ambitieux et nous gageons qu'il faudra bien 3 ans pour parvenir aux résultats attendus.

**Connaissances et compétences requises :**

- Une très bonne connaissance des processus de branchement et une base solide pour le calcul des probabilités.
- Une très bonne connaissance des méthodes statistiques.
- La connaissance d'un logiciel de calcul tel que R, Matlab, Scilab (toutefois la connaissance de Matlab est souhaitée)