

# Ecole Doctorale Carnot-Pasteur

## Proposition de sujet de thèse

Intitulé français du sujet de thèse proposé : Etude de processus de diffusion dans un environnement évoluant de façon périodique au cours du temps.

Intitulé en anglais : Periodically driven stochastic processes

Unité de recherche : Institut de Mathématiques de Bourgogne, UMR 5584

Nom, prénom et courriel du directeur (et co-encadrant) de thèse : Herrmann Samuel, Samuel.Herrmann@u-bourgogne.fr

Domaine scientifique principal de la thèse :

*Probabilités (Mathématiques appliquées)*

Domaine scientifique secondaire de la thèse :

### Description du projet scientifique

Le phénomène très surprenant de **résonance stochastique** est étudié par les physiciens depuis une vingtaine d'années et s'est récemment imposé de façon évidente dans de nombreux domaines des sciences naturelles: les lasers, les systèmes électroniques, les transmissions neuronales, la climatologie,...

Le concept fut introduit dans des études de modèles climatiques simplifiés qui sont à même de décrire les principales variations du climat. Les données récoltées lors de forages de la calotte glaciaire et des fonds marins permettent d'estimer la température moyenne de la Terre sur les 700 000 dernières années. Il apparaît alors une alternance entre périodes de réchauffement et périodes de glaciation. Ces changements brusques et périodiques de la température, apparaissant tous les 100 000 ans, sont une réponse à la perturbation aléatoire d'un système dynamique (déterministe) ayant une périodicité intrinsèque de très faible intensité, décrit par un modèle de balance énergétique. La faible perturbation périodique intrinsèque provient essentiellement de l'excentricité cyclique de l'orbite de la Terre (cycles de Milankovich). Le bruit apparaît dans ce système comme un paramètre d'amplification et non comme un élément perturbateur.

L'enjeu est donc de déterminer l'intensité optimale du bruit pour obtenir la meilleure amplification possible. En général cela revient à rechercher parmi les trajectoires aléatoires celles qui semblent les plus périodiques. Evidemment cette optimisation dépend fortement du critère de qualité choisi qui quantifie la périodicité des trajectoires de ces processus stochastiques. Il n'y a pas encore dans les communautés mathématique et physique de choix unanime concernant la mesure de qualité.

Sujet de thèse :

Pour décrire la résonance stochastique, une étude précise sur le comportement des diffusions à coefficients périodiques en temps doit être menée. La théorie de Floquet concernant les

systèmes dynamiques linéaires périodiques a déjà été appliquée dans certaines situations aux équations aux dérivées partielles, mais rien n'a vu le jour pour des équations stochastiques, en particulier pour les diffusions du type suivant:

$$dX(t)=dB(t)+b(t,X(t))dt,$$

avec  $b(t,x)$  une fonction périodique de période  $T$ .

Il s'agit en particulier de décrire les mesures que l'on pourrait appeler stationnaires (la loi de la diffusion  $X(t)$  et celle de la diffusion translatée d'une période  $X(t+T)$  devant être identiques) et la vitesse de convergence de la loi du processus stochastique vers cette mesure. Ainsi il sera possible de déterminer des critères de qualité de la périodicité d'un processus en se basant sur les lois stationnaires et sur la notion d'entropie.

**Connaissances et compétences requises :**

Une base solide en calcul stochastique