Proposition de sujet de thèse

Intitulé français du sujet de thèse proposé :

Action de groupes de types finis sur la droite et le cercle

Intitulé en anglais :

Groups of finite type acting on the line or the circle.

Unité de recherche :

IMB

Nom, prénom et courriel du directeur (et co-encadrant) de thèse :

Bonatti Christian bonatti@u-bourgogne .fr

Domaine scientifique principal de la thèse :

Systèmes dynamiques

Domaine scientifique secondaire de la thèse :

Théorie des groupes

Description du projet scientifique

La dynamique d'un homéomorphisme ou d'un difféomorphisme de la droite ou du cercle est bien comprise depuis la fin du 19eme siècle (Poincaré). En compliquant juste un peu le jeu, en considérant la dynamique de l'action d'un groupe finiment engendré, on obtient immédiatement des problèmes ouverts, dont certains sont résolubles avec des moyens élémentaires mais peuvent être aussi abordé à l'aide de techniques très sophistiquées. Les questions et leurs réponses dépendent de façon fondamentale des propriétés algèbriques du groupe considéré, et de la régularité (C0, Lipschitz, C1, C1+epsilon, C1+Lipschitz,C2, C-infini, analytique).

Par exemple, le centralisateur C1 d'une contraction C2 de la demi-droite est toujours abélien. Par contre, j'ai montré avec Farinelli que le groupe libre a 2 générateurs est inclus dans le centralisateurs C1 de certaines contraction C1. Ce même travail fournis des pistes pour résoudre la question suivante :

Question : décrire complètement les groupes de présentation finie qui peuvent être inclus dans le centralisateur d'une contraction C1.

Autre question élémentaires: un théorème de Solodov (1995) compare tout groupe d'homéomorphisme de la droite, dont chaque élément (différent de l'identité) à au plus 1 point fixe, avec l'action naturelle d'un sous groupe du groupe affine.

Il semblait naturel de comparer les groupes agissant sur le cercle avec au plus 2 point fixes avec l'action d'un sous-groupe du groupe projectif. Kovacevic a exhibé un "contre-exemple", un sous groupe non-isomorphe à un sous groupe de PSL(2R).

Question: montrer que les actions de groupes avec au plus 2 point fixes sur le cercles sont produits amalgamés de groupes semi-conjugués à une action d'un sous-groupe du groupe projectif. Il faudrait aussi décrire comment se fait le produit amalgamé: je pense qu'il se fait toujours en ouvrant une orbite dont les éléments du centralisateur sont tous paraboliques.

Connaissances et compétences requises :

Les référence incontournables de ce sujet sont :

Ghys, Étienne Groups acting on the circle. *Enseign. Math. (2)* 47 (2001), no. 3-4, 329–407.

Navas, Andrés Groups of circle diffeomorphisms. Translation of the 2007 Spanish edition. Chicago Lectures in Mathematics. *University of Chicago Press, Chicago, IL,* 2011. xviii+290 pp.